Teori Probabilitas

Pertemuan 11

OCY

Mengapa Perlu Mempelajari Probabilitas Suatu Peristiwa?

Karena kehidupan di dunia **tidak pasti** dan setiap pengambilan keputusan **jarang memiliki informasi yang lengkap**, sehingga perlu untuk mengetahui berapa besar probabilitas suatu peristiwa.

Pengertian Probabilitas

- Probabilitas adalah suatu ukuran tentang kemungkinan suatu peristiwa (*event*) akan terjadi di masa mendatang. Probabilitas dinyatakan antara 0 sampai 1 atau dalam persentase.
- 3 Hal penting dalamProbabilitas
  - Percobaan   pengamatan terhadap beberapa aktivitas atau proses yang memungkinkan timbulanya paling sedikit 2 peristiwa tanpa memperhatikan peristiwa mana yang akan terjadi.
  - Hasil   keluaran dari sebuah percobaan.
  - Peristiwa   kumpulan dari satu atau lebih hasil yang terjadi pada sebuah percobaan.

Pengertian Probabilitas

Percobaan	Pertandingan Barcelona VS Real Madrid
Hasil	Barcelona Menang Barcelona Kalah Seri (Imbang)
Peristiwa	Barcelona Menang

Percobaan	Melempar Uang Koin
Hasil	Muncul Angka Muncul Gambar
Peristiwa	Muncul Gambar

Pengertian Probabilitas

0 1

- Jika Nilai probabilitas = 0, maka tidak mungkin terjadi suatu peristiwa.
- Jika nilai probabilitas = 1, maka peristiwa pasti terjadi.

$$0 \leq ni/n \leq 1$$

$$0 \leq Pr(ei) \leq 1$$

Pendekatan Probabilitas

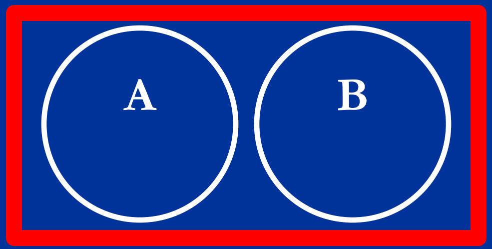
- Pendekatan Klasik   sebuah peristiwa mempunyai kesempatan terjadi yang sama.
- Pendekatan Relatif   kejadian sebenarnya. Pendekatan ini didasarkan pada besarnya probabilitas pada banyaknya suatu peristiwa terjadi dari keseluruhan percobaan yang dilakukan.
- Pendekatan Subjektif   probabilitas suatu peristiwa terjadi berdasarkan penilaian pribadi.

Pendekatan Probabilitas

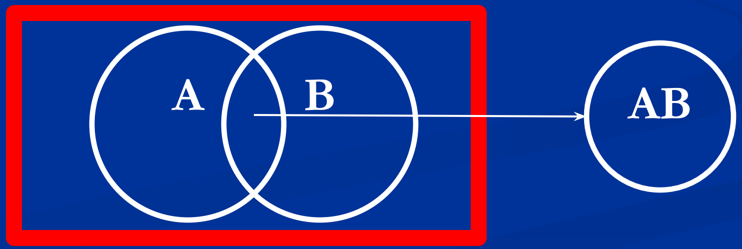
Pendekatan	Contoh
Klasik	Berapa probabilitas munculnya gambar dari satu lemparan koin? Jawaban: 0,5
Relatif	Pada kegiatan jual beli saham di BEI pada 2023 terdapat 74.998.000 transaksi yang terdiri dari 37.499.000 transaksi membeli dan 37.499.000 transaksi menjual. Berapa probabilitas transaksi menjual? 0,5
Subjektif	Anda akan mendapat nilai A untuk mata Kuliah Statistika Barcelona akan kembali juara Liga Champion Musim ini.

Pendekatan Klasik

- Peristiwa saling lepas (*mutually exclusive*) terjadinya suatu peristiwa tidak terjadi pada saat yang sama dengan peristiwa lainnya.
- Peristiwa tidak saling lepas (*non-mutually exlusive*) suatu peristiwa dapat terjadi bersamaan, tetapi tidak harus terjadi secara bersamaan.



Mutually Exclusive



Non-Mutually Exclusive

Konsep Dasar Probabilitas

- Probabilitas kejadian dilambangkan dengan P.
- Apabila suatu kerjadian disimbolkan dengan huruf A, maka probabilitas kerjadian A disimbolkan dengan P(A).

1. Hukum Penjumlahan
2. Peristiwa/Kejadian Bersamaan (Gayut, Tak Gayut dan Probabilitas Bersyarat)
3. Hukum Perkalian
4. Permutasi dan Kombinasi

Hukum Penjumlahan

- Hukum penjumlahan menghendaki peristiwa yang saling lepas atau *mutually exclusive* yaitu apabila suatu peristiwa terjadi, maka peristiwa lain tidak dapat terjadi saat bersamaan.

$$P\ (A \text{ atau } B) = P(A) + P(B)$$

$$P\ (A \text{ atau } B \text{ atau } \ldots N) = P(A) + P(B) + \ldots P(n)$$

Contoh

- Apabila kita menarik satu kartu dari setumpuk kartu bridge, maka peristiwa (hasil) kartu As atau hasil kartu King adalah *mutually exclusive*. Probabilitas memperoleh salah satu kartu As atau King dalam satu kali tarikan adalah:

  P (As atau King) = P(As) + P(King)

  = 4/52 + 4/52

  = 1/13 + 1/13

  = 2/13 = 0,15

Contoh

- Bila ditarik sebuah kartu satu set kartu bridge, maka probabilitas untuk mendapatkan As (A) atau Jantung (Jt) atau keduanya adalah:

  $P(A \cup Jt) = P(A) + P(Jt) - P(A \cap Jt)$

  $= 4/52 + 13/52 - 1/52 = 16/52$

  $= \mathbf{4/13}$

Peristiwa/Kejadian Bersamaan

- Dua peristiwa dikatakan “**tak gayut**”, apabila kejadian suatu peristiwa **tidak berpengaruh** terhadap terjadinya peristiwa lain.
- **Contoh** :

  Hasil lemparan sebuah dadu **dua kali** berturut-turut adalah peristiwa **tak gayut** karena hasil pada lemparan pertama tidak mempengaruhi hasil lemparan berikutnya.

Peristiwa/Kejadian Bersamaan

- Dua peristiwa dikatakan "***GAYUT***" apabila kejadian suatu peristiwa **berpengaruh** terhadap terjadinya peristiwa lain.
- **Contoh** :

  Penarikan dua kartu bridge "**tanpa pengembalian**" adalah peristiwa **gayut** karena probabilitas hasil penarikan kedua akan dipengaruhi hasil penarikan kartu pertama. Seandainya tarikan pertama menghasilkan kartu As, maka probabilitas As pada tarikan kedua adalah 3/51.

- Bila dua peristiwa adalah **gayut,** maka konsep "**probabilitas bersyarat**" harus digunakan untuk menghitung probabilitas peristiwa berikutnya yang berkaitan. Simbol **$P(B \mid A)$** menggambarkan **probabilitas peristiwa B**, **apabila peristiwa A telah terjadi**.

- Probabilitas bersyarat **tidak diperlukan** untuk peristiwa-peristiwa **tak gayut.** Bila peristiwa A dan B **tak gayut** satu sama lain**,** maka **$P(B)=P(B \mid A)$** dan **$P(A)=P(A \mid B)$.**

- Apabila terjadinya peristiwa B mensyaratkan terjadinya peristiwa A, maka: $P(A \cap B)=P(A)*P(B \mid A)$ **atau** $P(B \mid A)=P(A \cap B)/P(A)$
- Sebaliknya, apabila peristiwa B sudah terjadi, maka : $P(A \cap B)=P(B)*P(A \mid B)$ **atau** $P(A \mid B)=P(A \cap B)/P(B)$

Contoh

- Data Jumlah Mahasiswa PT X Berdasarkan Jenis Program dan Pekerjaan Orang Tua

Jenis Program	Pekerjajaan Orang Tua			
	Petani (Pt)	Pegawai (Pg)	Pengusaha (Ps)	Jumlah
Sarjana (S_1)	500	400	300	1200
Diploma (D)	500	200	100	800
Jumlah	1000	600	400	2000

- Berapa probabilitas bahwa seorang mahasiswa yang dipilih secara acak adalah mahasiswa program S1 yang adalah anak seorang pengusaha?

Jawaban

- **Jawab :**
- **$P(S_1 \cap Ps)$** $= P(S_1) \times P(Ps \mid S_1)$

  $= 1200/2000 \times 300/1200 = 0{,}6 \times 0{,}25$

  $= \mathbf{0{,}15}$
- Berapa probabilitas bahwa mahasiswa yang dijumpai adalah anak seorang Petani dari program Diploma?
- **Jawab :**

  $P(Pt \cap D) = P(Pt) \times P(D \mid Pt)$

  $= 1000/2000 \times 500/800$

  $= \mathbf{0{,}31}$

Penjelasan

- Dalam praktek seringkali sulit membedakan antara peristiwa ***mutually exclusive*** dan ***non exclusive*** disatu pihak dan peristiwa **tak gayut** dan **gayut** dilain pihak. ***Mutually exclusive*** berarti dua peristiwa tidak dapat terjadi bersama. Sedangkan peristiwa **tak gayut/independen** adalah peristiwa yang probabilitas terjadinya tidak terpengaruh oleh peristiwa sebelumnya.
- Bila dua peristiwa bersifat ***mutually exclusive***, maka **$P(A|B)=0$**. Artinya **bila B terjadi**, maka **A tidak mungkin terjadi**.

Hukum Perkalian

- Hukum perkalian dipergunakan untuk menentukan probabilitas peristiwa *non exclusive (joint)*. Bila A dan B peristiwa joint, maka probabilitasnya ditulis P(A dan B) atau $P(A \cap B)$ atau P(AB).

Lanjutan...

- Ada dua macam Hukum Perkalian
- (1) Hukum perkalian untuk peristiwa-peristiwa **tak gayut**/independen.

  $\mathbf{P(A \cap B) = P(A) \times P(B)}$
- Contoh:

  Sebuah uang logam (koin) dilempar 2 kali. Probabilitas kedua lemparan menghasilkan *Head* (gambar) dan *Tail* (angka) adalah :

  $P(H \cap T) = P(H) \times P(T)$

  $= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$

  $= \frac{1}{4}$

Lanjutan…

- (2) Hukum perkalian untuk peristiwa **gayut**/dependen pada peristiwa A dan B :
- **$P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A)$ atau $P(B \cap A) = P(B) \times P(A|B)$**
- Kedua rumus ini disebut sebagai "**Rumus Umum Perkalian**" karena pada peristiwa **tak gayut/independen** nilai probabilitas bersyarat $P(B|A) = P(B)$ dan $P(A|B) = P(A)$.
- **Contoh :**

  Seandainya terdapat 10 bola pingpong, yang diketahui 8 diantaranya berjenis X dan 2 lainnya berjenis Y. Apabila dua bola diambil secara acak, berurutan dan tanpa pengembalian (*bola yang sudah diambil tidak dikembalikan*), maka probabilitas bahwa kedua bola itu berjenis sama (X1 dan X2) adalah :

  $$P(X_1 \cap X_2) = P(X_1) \times P(X_2|X_1)$$

  $$= 8/10 \times 7/9 = 28/45$$

Permutasi

- Permutasi adalah banyaknya kemungkinan susunan peristiwa didalam r yang diambil dari n peristiwa. Pada permutasi ini kita berkepentingan dengan susunan atau urutan dari objek.

Permutasi

- Permutasi obyek **n** yang diambil sebanyak **r** dinyatakan sebagai $_{n}\mathbf{P}_{r}$ atau $\mathbf{P}_{(n,r)}$ atau $\mathbf{P}_{n,r}$ adalah:
  $_{n}\mathbf{P}_{r} = n \times (n-1) \times (n-2) \times \ldots \times (n-r+1)$
  $= n!/(n-r)!$
- Dimana:

  $n!$ = dibaca n faktorial atau n fakultet.

  $_{n}P_{r}$ = jumlah seluruh permutasi dari r objek yang diambil dari n objek pada saat yang sama.

  $0! = 1$

Contoh Permutasi

- **Contoh** :

  Banyaknya permutasi dari satu set huruf a,b,c yang diambil 2 huruf diantaranya adalah:

  $_3\mathbf{P}_2 = 3!/(3-2)!$

  $= 3!/1! = 3.2.1/1 = 6$

  Artinya :

  Jumlah kemungkinan susunan peristiwa dari 2 huruf yang diambil dari 3 huruf adalah sebanyak 6, yaitu ab, ba, ac, ca, bc, cb.

  Perlu dicatat bahwa di dalam permutasi, **urutan huruf** dalam suatu peristiwa merupakan **hal yang diperhitungkan**.

Kombinasi

- Kombinasi digunakan apabila kita tertarik pada berapa cara sesuatu diambil dari keseluruhan objek tanpa memperhatikan urutan atau susunannya. Kombinasi n objek yang diambil sebanyak r objek sering ditulis: ${}_nC_r$ atau $C_{(n,r)}$ atau $C_{n,r}$.
- Rumus umum sebagai berikut:

$${}_nC_r = n!/r!(n-r)!$$

Contoh Kombinasi

- **Contoh :**
- Banyaknya kombinasi dari huruf a, b, c yang diambil 2 huruf adalah :

  $_3C_2 = 3!/2!(3-2)!$

  $= 3.2.1/2.1.1$

  $= 6/2$

  = 3 (ab, ac, bc)

  Dalam kombinasi ab=ba; ac=ca; bc=cb, sedangkan dalam Permutasi ab≠ba; ac≠ca; bc≠cb.

Tugas ke-5

Kerjakan tugas ke-5, perhatikan format pengerjaannya dan kumpulkan sesuai jadwal!